



تحلیل ماتریسی خریاهای سه بعدی با استفاده از نرم افزار MATLAB

نویسنده: مهندس هادی بهمنی

بهمن 1391

مقدمه : یک خرپای سه بعدی (فضایی) حالت فضایی خرپای دو بعدی است . خرپای سه بعدی ایده آل متشکل از اعضایی است که در دو انتهایشان توسط تکیه گاه و یا اتصال های ساچمه ای به یکدیگر محکم شده اند . در یک خرپای دو بعدی یک مثلث متشکل از سه عضو به هم مفصل شده ، واحد اصلی و پایدار تشکیل دهنده آن محسوب می شود ، ولی در یک خرپای سه بعدی شش عضو که در انتها به یکدیگر مفصل شده اند و تشکیل یک هرم سه پهلوی فضایی را می دهند ، واحد تشکیل دهنده آن به شمار می آید .

در این نوشتار هدف کد نویسی با استفاده از نرم افزار متلب برای تحلیل خرپاهای سه بعدی به روش ماتریسی بوده است . کد برنامه به گونه ای نوشته شده است که کاربر می تواند با معرفی مختصات گره های خرپای سه بعدی در یک دستگاه مختصات سه بعدی ، نیروهای وارد به گره ها در مختصات کلی ، مشخصات مکانیکی اعضای خرپا و داده های لازم دیگر به نرم افزار متلب به راحتی نتایج تحلیل را مشاهده کند . اما در ادامه توضیحات تکمیلی در مورد قابلیت های برنامه و نیز داده های ورودی لازم به نرم افزار بحث شده است .

قابلیت های برنامه :

۱- مهمترین قابلیت این برنامه این است که بعد از آنکه کاربر مختصات گره های خرپا، بارهای وارد بر گره های خرپا و مشخصات لازم دیگر برای اعضای خرپا را به برنامه معرفی کرد ، نرم افزار متلب شکل خرپای سه بعدی ، بردار بارهای وارد به گره های خرپا و نیز شماره اعضا را در یک فضای سه بعدی زیبا نمایش می دهد تا کاربر مطمئن شود اولا خرابایی که توسط نرم افزار تحلیل می شود همان خرپای مورد نظر او می باشد و در ثانی بارهای معرفی شده به برنامه و محل اعمال آنها نی ز بر واقعیات منطبق است .

۲- محاسبه تغییر مکان های کلیه گره های خرپا در هر سه جهت محورهای مختصات کارترین متعامد

۳- محاسبه نیروی محوری اعضای خرپا (برنامه به گونه ای نوشته شده است که نیروی فشاری را با علامت منفی و نیروی کششی را با علامت مثبت خروجی می دهد .)

۴- محاسبه تنش محوری اعضای خرپا

۵- محاسبه کرنش محوری اعضای خرپا

۶- محاسبه مختصات جدید گره های خرپا در دستگاه مختصات کارترین (بعد از اعمال بار به خرپا ممکن است مختصات گره های خرپا تغییر کند .)

۷- نمایش شکل خرپای تغییر شکل یافته بعد از اعمال بار در فضای سه بعدی همراه با نمایش شماره اعضا و گره‌ها و نوع تکیه گاه‌ها.

داده‌های لازم ورودی به برنامه :

متغیر استفاده شده در برنامه	توضیحات
NN	تعداد کل گره‌های خرپا (اعم از تکیه گاهی و غیر تکیه گاهی)
NE	تعداد اعضای خرپا
EN	ماتریس شناسایی اعضای خرپا
NS	تعداد کل تکیه گاه‌های خرپا
NF	تعداد کل گره‌های بارگذاری شده خرپا
NCM	ماتریس مختصات گره‌ها در مختصات کلی
CSM	ماتریس نوع تکیه گاه‌ها
FM	ماتریس بارگذاری گره‌های خرپا
EA	ماتریس ضریب الاستیسیته و سطح مقطع اعضای خرپا

توضیحات داده‌های ورودی :

تعداد کل گره‌های خرپا (اعم از تکیه گاهی و غیر تکیه گاهی) : مقدار این ورودی برابر با تعداد کل گره‌های خرپا شامل گره‌های تکیه گاهی و غیر تکیه گاهی می باشد .

تعداد اعضای خرپا : مقدار این ورودی نیز برابر با تعداد کل اعضای خرپا می باشد .

ماتریس شناسایی اعضای خرپا :

توجه : در استفاده از این برنامه کاربر می‌بایست پیش از هر چیز گره‌ها و اعضای خرپا را شماره گذاری کند ، بنابراین ورودی ماتریس شناسایی اعضای خرپا به صورت زیر تعریف می‌شود :

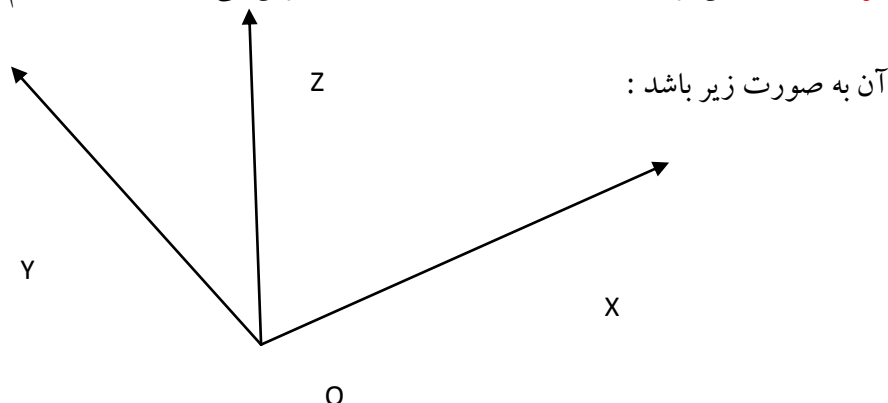
ماتریسی است که تعداد سطرهاي آن برابر با تعداد اعضای خرپا و تعداد ستون های آن برابر سه (۳) می باشد .
درایه‌های هر سطر به ترتیب عبارتند از : شماره عضو ، شماره گره ابتدایی و شماره گره انتهایی آن عضو .
شماره گذاری گره‌ها و اعضاء کاملا اختیاری می‌باشد ولی بهتر است شماره گذاری به نحوی باشد که اختلاف شماره گره‌های آن عضو حداقل باشد .

تعداد کل تکیه گاه‌های خرپا : این ورودی نمی‌تواند برابر با تعداد کل تکیه گاه‌های خرپا است .

تعداد کل گره‌های بارگذاری شده خرپا : این ورودی نیز برابر با تعداد کل گره های بارگذاری شده خرپا می‌باشد .

ماتریس مختصات گره‌ها در مختصات کلی : ماتریسی است که تعداد سطرهاي آن برابر تعداد گره های خرپا و تعداد ستون‌های آن برابر چهار (۴) می‌باشد . درایه‌های هر سطر این ماتریس به ترتیب عبارتند از : شماره گره ، مختصه طولی گره در مختصات کلی (محور X) ، مختصه عرضی گره در مختصات کلی (محور Y) و در نهایت مختصه ارتفاعی گره در مختصات کلی (محور Z) .

توجه ۱ : در این برنامه دستگاه مختصات ، متعامد کارترین می‌باشد که حتما لازم است جهت گیری محورهاي



توجه ۲ : مختصات گره‌ها می‌بایست بر حسب سانتی متر به برنامه معرفی شود .

توجه ۳ : انتخاب محل مبدا دستگاه مختصات اختیاری می‌باشد .

ماتریس نوع تکیه گاه‌ها : تعداد سطرهای این ماتریس برابر تعداد تکیه گاه‌های خرپا و تعداد ستون‌های آن برابر دو (۲) می‌باشد. درایه‌های هر سطر به ترتیب عبارتند از : شماره گره تکیه گاهی و کد نوع تکیه گاه. اگر تکیه گاه مفصلی باشد یعنی در فضا مقید باشد شماره کد آن صفر (۰)، اگر تکیه گاه غلطکی و در جهت محور X مقید باشد شماره کد آن یک (۱)، اگر تکیه گاه غلطکی و در جهت محور Y مقید باشد شماره کد آن دو (۲) و اگر تکیه گاه غلطکی و در جهت محور Z مقید باشد شماره کد آن سه (۳)، اگر تکیه گاه غلطکی و در جهت محورهای X و Y مقید باشد، شماره کد آن چهار (۴)، اگر تکیه گاه غلطکی و در جهت محورهای X و Z مقید باشد، شماره کد آن پنج (۵) و در آخر اگر تکیه گاه غلطکی و در جهت محورهای Y و Z مقید باشد، شماره کد آن شش (۶) می‌باشد.

نکته ۱: تکیه گاه‌های غلطکی می‌توانند شامل یک میله یا دو میله نیز باشد که گره متصل به آنها به ترتیب تنها در یک جهت یا دو جهت مقید باشند.

نکته ۲: میله‌های تکیه گاهی دارای طول خیلی کوتاهی می‌باشند بنابراین دارای سختی محوری بالایی می‌باشند و به عنوان یک عضو خرپا تلقی نمی‌شود.

ماتریس بارگذاری گره‌های خرپا : ماتریسی است که تعداد سطرهای آن برابر گره های بارگذاری شده خرپا و تعداد ستون‌های آن چهار (۴) می‌باشد. درایه‌های هر سطر به ترتیب عبارتند از : شماره گره بارگذاری شده، مولفه بار در جهت محور X ، مولفه بار در جهت محور Y و مولفه بار در جهت محور Z . توجه شود که بدهی‌های وارد بر گره‌ها باید در امتداد محورهای دستگاه مختصات کلی کارتزین بالا باشد. اگر نیروها در امتداد محورهای کارتزین بالا نباشد در ابتدا باید نیروها در امتداد آن محورها تجزیه شود و سپس به نرم افزار معرفی شوند. به عنوان نکته دیگر خاطر نشان می‌گردد که اگر نیروها در جهت محورهای دستگاه مختصات بالا باشد آنها را با علامت مثبت و در غیر این صورت با علامت منفی به برنامه معرفی کنید.

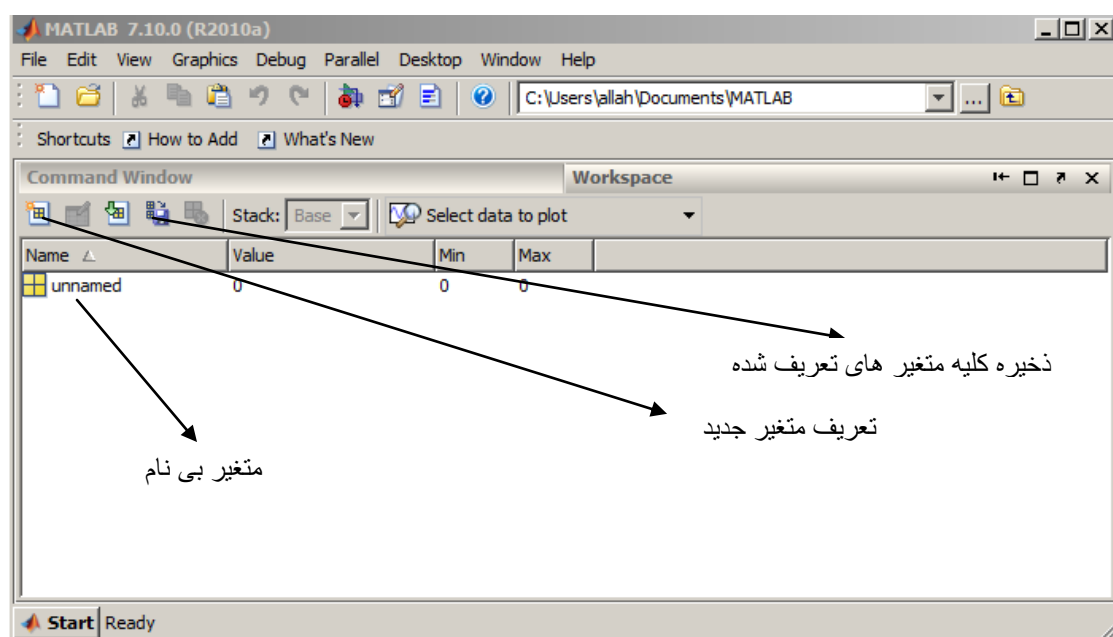
ماتریس ضریب الاستیسیته و سطح مقطع اعضای خرپا : ماتریسی است که تعداد سطرهای آن برابر تعداد اعضای خرپا و تعداد ستون‌های آن برابر سه (۳) می‌باشد. درایه‌های هر سطر به ترتیب عبارتند از : شماره عضو، ضریب الاستیسیته و سطح مقطع عضو.

شیوه معرفی داده‌های ورودی لازم به نرم افزار :

در این برنامه پیش از ران کردن برنامه می‌بایست همه داده‌های لازم برای استفاده در کد برنامه ، به نرم افزار معرفی شوند . در ادامه به صورت تصویری شیوه معرفی این داده‌های ورودی به نرم افزار تشریح می‌شود :

۱- در پنجره نرم افزار این مسیر را طی کنید : File>NEW>Variable:

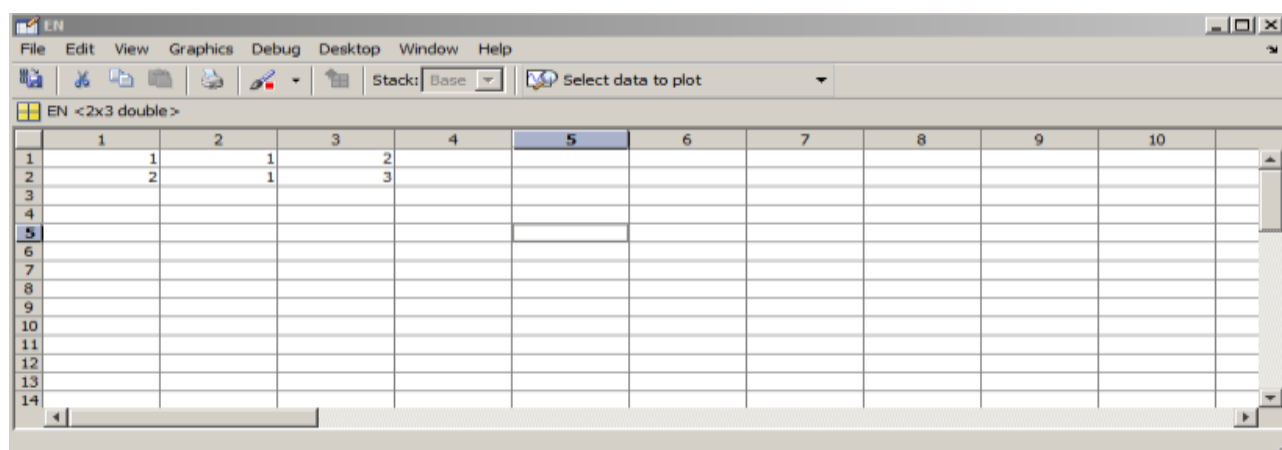
۲- پنجره‌ای مطابق شکل زیر باز می‌شود :



۳- بر روی شکل متغیر بدون نام کلیک راست کرده و نام آن را تایپ کنید ، مثلا EN

۴- با کلیک بر روی آیکن تعریف متغیر جدید ، متغیر لازم دیگر را وارد کرده و به همان شیوه بالا نامگذاری کنید . (شکل پایین)

۵- با دو بار کلیک روی آیکن هر متغیر و باز شدن فضای آن داده‌های لازم را مطابق توضیحات قبل وارد کنید.



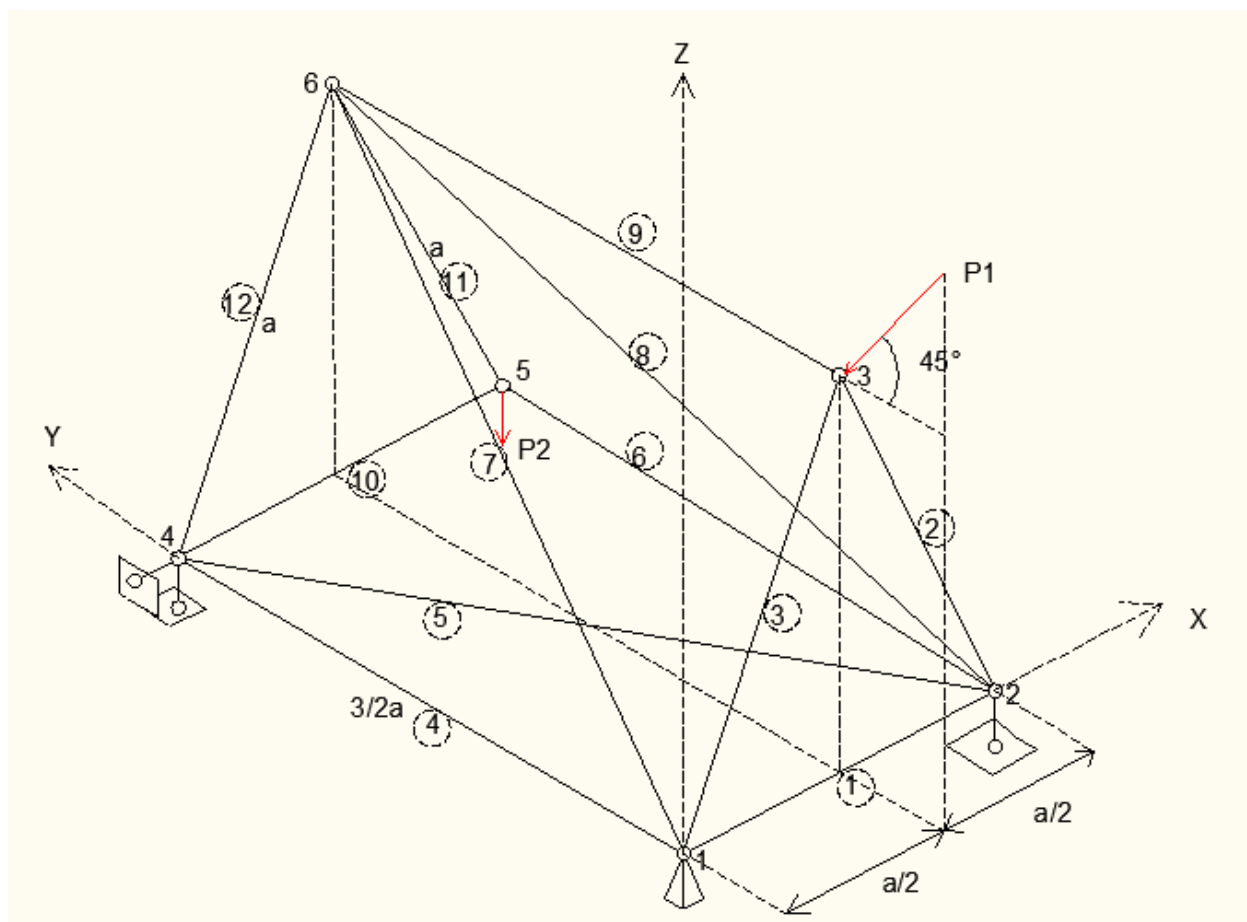
۶- برای اینکه امکان استفاده از متغیرهای تعریف شده در مراحل قبل در مواقع دیگر نیز فراهم شود، می-توانید با کلیک بر روی آیکن ذخیره، این متغیرها را در مکان مناسب ذخیره کنید.

کد برنامه: برای دریافت کد برنامه می‌توانید به بنده ایمیل بزنید:

hadibahmani72@yahoo.com

نکته بسیار مهم: کد این برنامه به گونه‌ای نوشته شده است که با هدف جلوگیری از اشتباه کاربران در واحدها، مختصات گره‌ها باید بر حسب سانتی متر، بارها بر حسب کیلوگرم-نیرو، ضریب الاستیسیته بر حسب کیلوگرم-نیرو بر سانتی متر مربع و سطح مقطع اعضا بر حسب سانتی متر مربع وارد شوند.

حل یک مثال با استفاده از برنامه: فرض کنید از خرپای فضایی زیر برای حمل بارهای P_1 و P_2



استفاده شده است ، با توجه به مشخصات زیر این خرپا را توسط برنامه تحلیل می کنیم :

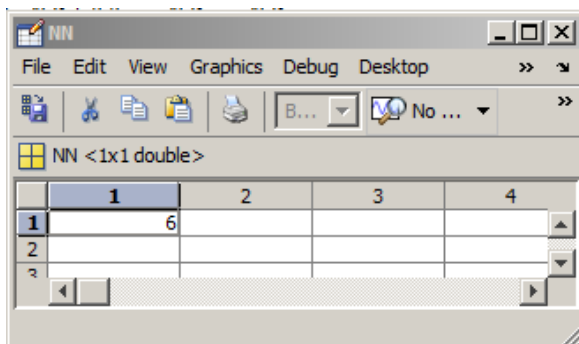
$$a=400 \text{ cm} , P1= 10000 \text{ kg-f} , P2= 7000 \text{ kg-f}$$

همانطور که دیده می شود ، خرپا در محل گره یک دارای تکیه گاه مفصلی ، در محل گره دو دارای تکیه گاه غلطکی (مقید در جهت محور Z) و در محل گره چهار نیز دارای تکیه گاه غلطکی (مقید در جهت محورهای X و Z) می باشد . خرپا دارای شش گره و دوازده عضو است . به نحوه شماره گذاری گره ها و اعضاء توجه کنید ، البته این شماره گذاری ها کاملا اختیاری می باشند . نیروی $P1$ در صفحه Z-Y و نیروی $P2$ نیز در امتداد محور Z اعمال می شود . قبل از وارد کردن نیروها در برنامه باید آنها را در امتداد محورهای دستگاه مختصات تجزیه کنیم . برای وارد کردن مختصات گره ها در برنامه فرض شده است که محل مبدا مختصات منطبق بر گره یک (۱) باشد . همانطور که مشاهده می شود میله های تکیه گاه های غلطکی به عنوان عضوی از خرپا محسوب نمی شوند زیرا این میله ها به علت طول خیلی کوتاه دارای سختی محوری بسیار بالایی می باشند و می توان آنها را صلب فرض کرد . البته از دیدگاه دیگر می توان این میله ها را نیز به عنوان اعضای خرپا به برنامه معرفی کرد و آنها را متصل به تکیه گاه مفصلی دانست .

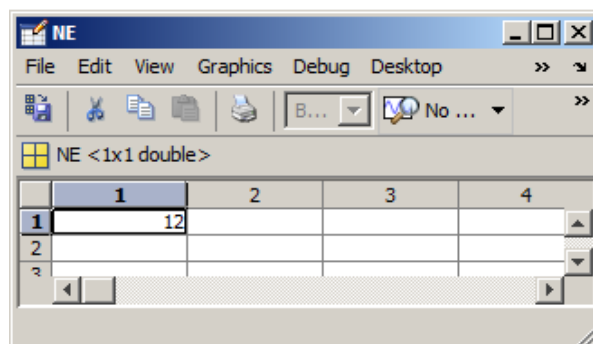
سطح مقطع اعضاء :

سطح مقطع اعضای ۱۱، ۹، ۳، ۲ و ۱۲ ده سانتی متر مربع (۱۰ سانتی متر مربع) و بقیه اعضاء هشت سانتی متر مربع (۸ سانتی متر مربع) در نظر گرفته شده است .

ورودی های داده شده به برنامه :



	1	2	3	4
1		6		
2				
3				
4				



	1	2	3	4
1		12		
2				
3				
4				

NCM

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

NCM <6x4 double>

	1	2	3	4
1	1	0	0	0
2	2	400	0	0
3	3	200	0	346.4100
4	4	0	600	0
5	5	400	600	0
6	6	200	600	346.4100

NF

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

NF <1x1 double>

1	2	3	4
2			

NS

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

NS <1x1 double>

1	2	3	4
3			

CSM

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

CSM <3x2 double>

1	2	3	4
1	0		
2	3		
3	5		

EN

File Edit View Graphics Debug Desktop Window Help

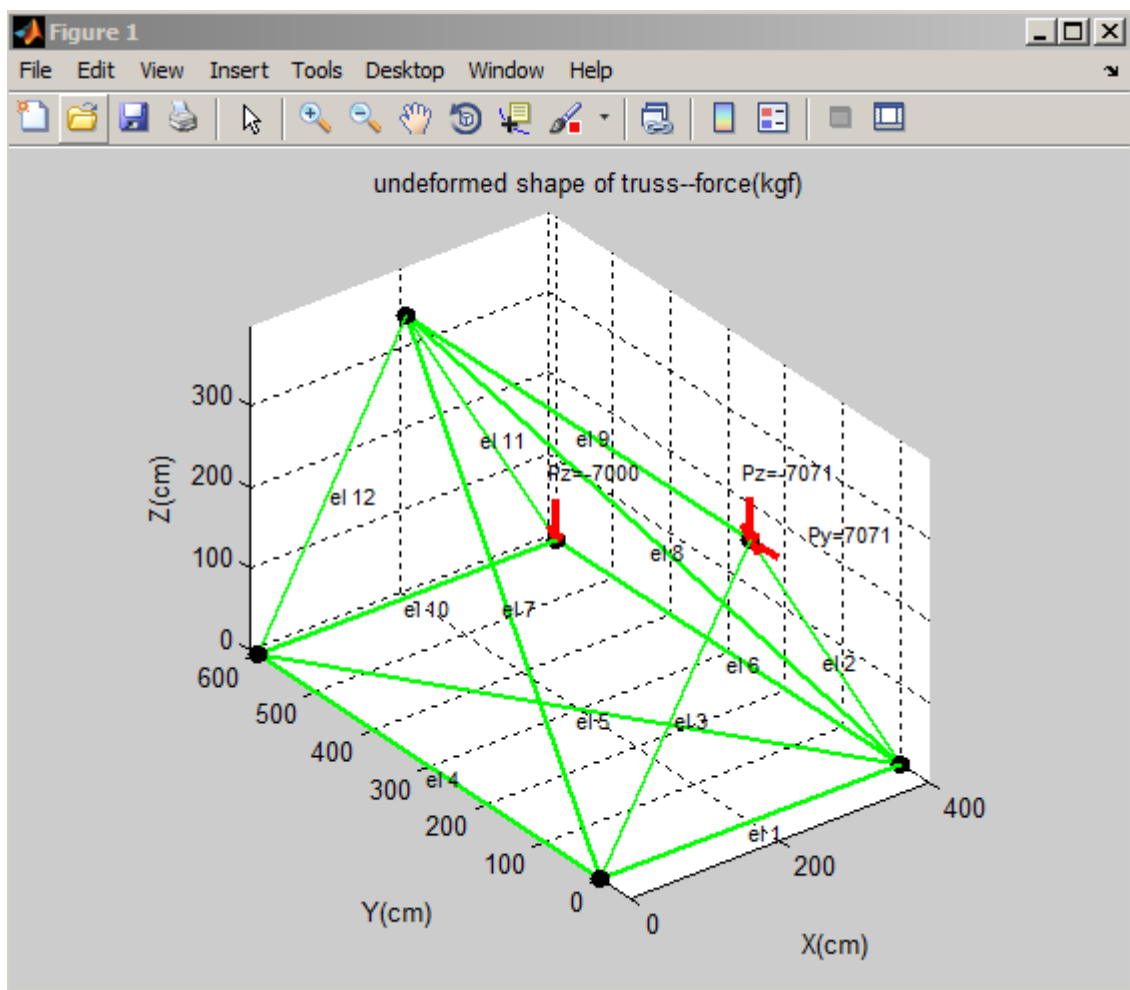
EN <12x3 double>

	1	2	3	4	5	6
1	1	1	2			
2	2	2	3			
3	3	1	3			
4	4	1	4			
5	5	2	4			
6	6	2	5			
7	7	1	6			
8	8	2	6			
9	9	3	6			
10	10	4	5			
11	11	5	6			
12	12	4	6			
13						
14						

EA <12x3 double>				
	1	2	3	
1	1	2030000	8	
2	2	2030000	10	
3	3	2030000	10	
4	4	2030000	8	
5	5	2030000	8	
6	6	2030000	8	
7	7	2030000	8	
8	8	2030000	8	
9	9	2030000	10	
10	10	2030000	8	
11	11	2030000	10	
12	12	2030000	10	
13				

FM <2x4 double>					
	1	2	3	4	5
1	3	0	7071	-7071	
2	5	0	0	-7000	
3					
4					

خروجی های عددی و گرافیکی برنامه :



تفسیر اولین خروجی گرافیکی برنامه (تصویر بالا) : کاربر با دقت در این تصویر می تواند مطمئن شود که اولاً خرابای سه بعدی ای که به نرم افزار معرفی کرده است ،همان خرابای واقعی بوده است و ثانیاً بارهای مورد نظر و نیز جهات آنها نیز منطبق بر واقعیت بوده است . در این شکل همچنین شکل شماره گذاری اعضای خرپا نیز که توسط کاربر انجام شده است دوباره توسط برنامه نشان داده شده است . منظور از el1 یعنی عضو شماره یک و

....

خروجی های عددی :

3dtruss outputs

.....

nodal displacements:

dx1=0

dy1=0

dz1=0

dx2=-0.0492668

dy2=-1.25842

dz2=0

dx3=-0.0246334

dy3=1.60825

dz3=-0.0786646

dx4=0

dy4=-0.447944

dz4=0

dx5=-0.0995432



تغییر مکان گره های خرپا

dy5=-1.25842

dz5=-6.16308

dx6=4.87618

dy6=1.39926

dz6=-3.10643

.....

support reactions:

RX1 =-2357

RY1 =-7071

RZ1 =-7546.94

RZ2 =10535.5

RX4 =2357

RZ4 =11082.4

.....

element force:

P1 =-2000.23

P2 =-4082.44

P3 =-4082.44

P4 =-12124.4

P5 =14571.7

P6 =0

P7 =23070

P8 =-14571.7

P9 =-7071

P10 =-4041.45



عكس العمل های تکیه گاهی



نیروهای اعضای خرپا

P11 =8082.9

P12 =-12796.9

.....

element stress:

stress1 =-250.029

stress2 =-408.244

stress3 =-408.244

stress4 =-1515.55

stress5 =1821.46

stress6 =0

stress7 =2883.74

stress8 =-1821.46

stress9 =-707.1

stress10 =-505.182

stress11 =808.29

stress12 =-1279.69

.....

element strain:

strain1 =-0.000123167

strain2 =-0.000201106

strain3 =-0.000201106

strain4 =-0.000746574

strain5 =0.00089727

strain6 =0

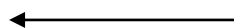
strain7 =0.00142056

strain8 =-0.00089727

strain9 =-0.000348325



تنش های اعضای خرپا
تحت بارگذاری



کرنش های اعضای خرپا
تحت بارگذاری

strain10=-0.000248858

strain11=0.000398173

strain12=-0.000630389

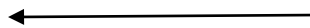
.....

New coordinates of nodes of 3d-Truss under loading.

nX1=0

nY1=0

nZ1=0



مختصات جدید گره‌های
خرپا تحت بارگذاری

nX2=399.951

nY2=-1.25842

nZ2=0

nX3=199.975

nY3=1.60825

nZ3=346.331

nX4=0

nY4=599.552

nZ4=0

nX5=399.9

nY5=598.742

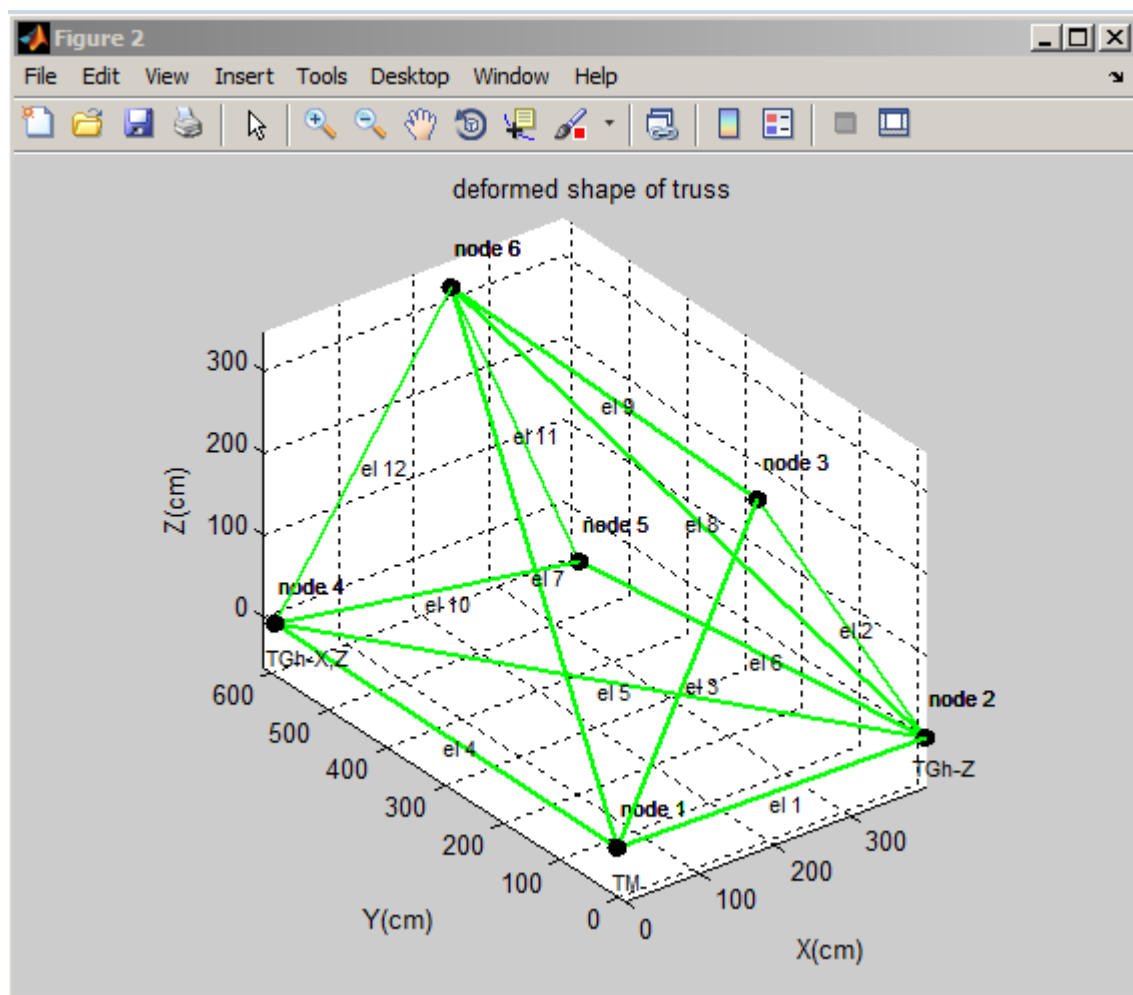
nZ5=-6.16308

nX6=204.876

nY6=601.399

nZ6=343.304

خروجی گرافیکی دوم :



تفسیر این خروجی گرافیکی:

- این تصویر مربوط به شکل تغییر شکل یافته خرپا تحت بارگذاری می باشد. البته توجه به این نکته ضروری می باشد که این برنامه شکل تغییر شکل یافته خرپا را با بزرگنمایی ده برابری تغییر مکان گره ها نشان می دهد. مثلاً با مقایسه موقعیت گره شماره پنج با موقعیت همین گره در تصویر قبلی می توان متوجه تغییر مکان این گره تحت بارگذاری خرپا شد. در این تصویر همچنین شماره گذاری اعضای خرپا و گره های آن که توسط کاربر انجام شده است را مشاهده می نمایید. اما در این تصویر همچنین نوع تکیه گاه ها را نیز می توان مشاهده کرد، مثلاً

دیده می شود که در کنار گره شماره یک کلمه اختصاری TM قرار گرفته است ، یعنی اینکه نوع تکیه گاه مفصلی می باشد که با نوع تکیه گاه مورد نظر کاربر مطابقت دارد . اما در حالت کلی ، در این برنامه نوع تکیه - گاه ها با کلمات اختصاری زیر نشان داده می شوند :

TM : تکیه گاه مفصلی

TGh-X : تکیه گاه غلتکی مقید در جهت X

TGh-Y : تکیه گاه غلتکی مقید در جهت Y

TGh-Z : تکیه گاه غلتکی مقید در جهت Z

TGh-X,Y : تکیه گاه میله ای مقید در جهات X و Y

TGh-X,Z : تکیه گاه میله ای مقید در جهات X و Z

TGh-Y,Z : تکیه گاه میله ای مقید در جهات Y و Z

پس کاربر می تواند با دقت در خروجی های گرافیکی برنامه کاملاً مطمئن شود که خرپای تحلیل شده توسط برنامه همان خرپای مورد نظر او از همه جهات می باشد .

پایان

منابع :

جی.ال.مریام ، ایستایی ، ترجمه مجید بدیعی

دکتر علی کاوه ، تحلیل ماتریسی سازه ها

اگر تمایل به دریافت کد اجرایی برنامه دارید کافی است به بنده ایمیل بزنید:

hadibahmani72@yahoo.com

برنامه نویسی برای روش اجزای محدود و روش تحلیل ماتریسی سازه ها و نیز آنالیز دینامیکی پذیرفته می شود .

شماره تماس : 09179329719

با تشکر از توجه شما : هادی بهمنی

کارشناسی ارشد دانشگاه علم و صنعت ایران